Un modelo de valla doble para datos de conteo y su aplicación en el estudio de la fecundidad en México

Alfonso Miranda
(alfonso.miranda@cide.edu)

Motivación

- Hoy es ampliamente reconocido que las normas sociales inducen características especiales a los datos de fecundidad final.
  - Melkersson y Rooth (2000) sugieren que las normas sociales son responsables por el relativo exceso de familias con cero y dos hijos en datos de fecundidad suecos.
  - Santos Silva y Covas (2000) sostienen que, entre otras razones, las normas sociales son un factor que hace de las familias con hijo único un evento relativamente raro en Portugal.
- Esto genera datos de conteo con sub-dispersion (i.e. media $>$ varianza).
- Varios modelos para variable de conteo han sido desarrollados con el fin de ajustar adecuadamente los datos de fecundidad final generados en países desarrollados.
  - modelos de conteo con valla
  - modelos de conteo con ceros inflados.

Motivación

- Los datos de los países en desarrollo, en contraste, exhiben sobredispersión (varianza $>$ media) y no presentan un exceso de 2s.
- Este tipo de datos plantean otros retos.
  - Una % importante tine muchos hijos y se mueve a paridades altas sin tomar acción alguna para limitar su fecundidad.
  - Las mujeres con familias numerosas caen en un régimen en el que el costo de oportunidad de tener más hijos es particularmente bajo.
    - Una familia con 4 hijos supone la salida permanente de la madre del mercado laboral. Ya con la mujer fuera del trabajo tener un hijo extra genera costos (variables) relativamente pequeños.

Modelo de valla

Primero se considera un modelo de valla estándar de Poisson (Mullahy 1986),

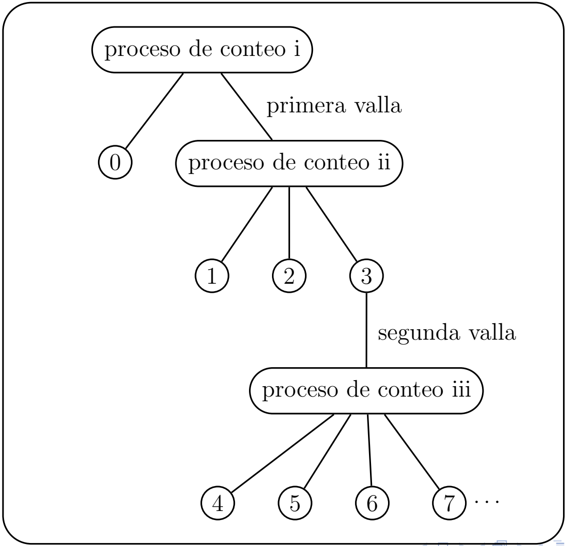
$$\mathrm{P}\left(y_i = j\right) = \begin{cases} \exp\left(-\mu_{0i}\right) & \text{si } j = 0 \\ \left[1 - \exp\left(-\mu_{0i}\right)\right] P\left(y_i | y_i > 0\right) & \text{en caso contrario,} \end{cases} \tag{1}$$

donde $\mathrm{P}\left(y_i | y_i > 0\right)$ representa la función de probabilidad condicional de y_i dado que se ha observado un conteo positivo. En particular $\mathrm{P}\left(y_i | y_i > 0\right)$ es una distribución Poisson truncada en cero

$$\mathrm{P}\left(y_i = j | y_i > 0\right) = \left[1 - \exp\left(-\mu_{1i}\right)\right]^{-1} \frac{\exp\left(-\mu_{1i}\right) \mu_{1i}^{j}}{j!}; \quad j = 1, 2, 3, \ldots \tag{2}$$

$$\mu_{0i} = \exp\left(\mathbf{x}'_{\mathbf{0i}} \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{0}}\right)$$
$$\mu_{1i} = \exp\left(\mathbf{x}'_{\mathbf{1i}} \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{1}}\right)$$

Modelo de valla doble



Con el fin de permitir una segunda valla se introducen modificaciones en $\mathrm{P}\left(y_i|y_i > 0\right)$.

$$\mathrm{P}\left(y_i = j|y_i > 0\right) = \begin{cases} \left[1 - \exp\left(-\mu_{1i}\right)\right]^{-1} \dfrac{\exp\left(-\mu_{1i}\right)\mu_{1i}^{j}}{j!} & \text{si } j = 1,2,3 \\ \left[1 - \sum_{k=1}^{3}\left[1 - \exp\left(-\mu_{1i}\right)\right]^{-1} \right. & \\ \left. \cdot \dfrac{\exp\left(-\mu_{1i}\right)\mu_{1i}^{k}}{k!}\right] \mathrm{P}(y_i|y_i \geq 4), & \text{si } j = 4,5,6,\ldots \end{cases} \tag{3}$$

con

$$\mu_{1i} = \exp\left(\mathbf{x}_{1i}'\boldsymbol{\beta}_1\right)$$

la probabilidad de cruzar esa segunda barrera dado que se cruzó la primera está dada por

$$\mathrm{P}\left(y_i > 3 | y_i > 0\right) = \left[1 - \sum_{k=1}^{3} \left[1 - \exp\left(-\mu_{1i}\right)\right]^{-1} \frac{\exp\left(-\mu_{1i}\right)\mu_{1i}^{k}}{k!}\right].$$

Para cerrar el modelo se debe especificar una forma funcional para $\mathrm{P}(y_i | y_i \geq 4)$. Es conveniente seleccionar, una vez más, una distribución Poisson:

$$\mathrm{P}\left(y_i | y_i \geq 4\right) = \left[1 - \sum_{k=0}^{3} \frac{\exp\left(-\mu_{2i}\right)\mu_{2i}^{k}}{k!}\right]^{-1} \frac{\exp\left(-\mu_{2i}\right)\mu_{2i}^{j}}{j!} \quad \text{si } j = 4, 5, 6, \ldots \tag{4}$$

Como de costumbre

$$\mu_{2i} = \exp\left(\mathbf{x}_{2i}'\beta_2\right).$$

La función de verosimilitud esta dada por

$$
\begin{aligned}
L = & \prod_{y_i=0} \exp\left(-\mu_{0i}\right) \prod_{y_i>0} \left[1-\exp\left(-\mu_{0i}\right)\right] \\
& \cdot \prod_{1 \leq y_i \leq 3} \left[1-\exp\left(-\mu_{1i}\right)\right]^{-1} \frac{\exp\left(-\mu_{1i}\right) \mu_{1i}^{y_i}}{y_i!} \\
& \cdot \prod_{y_i \geq 4} \left[1-\sum_{k=1}^{3} \left[1-\exp\left(-\mu_{1i}\right)\right]^{-1} \frac{\exp\left(-\mu_{1i}\right) \mu_{1i}^{k}}{k!}\right] \\
& \cdot \prod_{y_i \geq 4} \left[1-\sum_{k=0}^{3} \frac{\exp\left(-\mu_{2i}\right) \mu_{2i}^{k}}{k!}\right]^{-1} \frac{\exp\left(-\mu_{2i}\right) \mu_{2i}^{y_i}}{y_i!}
\end{aligned} \tag{5}
$$

```
. hurdlep fecundidad $myvar, xb1($myvar) xb2($myvar) robust
```
(*información suprimida*)

```
Double Hurdle Poisson

                                                  Number of obs   =      19477
                                                  Wald chi2(9)    =      52.95
Log pseudolikelihood = -43980.423                 Prob > chi2     =     0.0000

------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
  fecundidad |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
xb0          |
    catolico |  -.0525424   .0341243    -1.54   0.124    -.1194247    .0143399
   lenguaind |  -.0728384   .0378947    -1.92   0.055    -.1471107    .0014339
       edu12 |  -.0313502   .0048588    -6.45   0.000    -.0408733   -.021827
       c4549 |   .0229784   .0380156     0.60   0.546    -.0515309    .0974876
       c5054 |   .0493672   .0373468     1.32   0.186    -.0238311    .1225655
       c5559 |   .0224527   .0388909     0.58   0.564     -.053772    .0986774
       norte |    .055761   .0487709     1.14   0.253    -.0398283    .1513502
      centro |   .0001234   .0467254     0.00   0.998    -.0914568    .0917035
         sur |   .0460232   .0520179     0.88   0.376    -.0559301    .1479765
       _cons |   1.154666   .0661379    17.46   0.000     1.025038    1.284294
-------------+----------------------------------------------------------------
```

xb1						
catolico	-.050893	.015718	-3.24	0.001	-.0816997	-.0200863
lenguaind	.0408203	.0193155	2.11	0.035	.0029627	.078678
edu12	-.0842011	.002328	-36.17	0.000	-.0887639	-.0796383
c4549	-.0535419	.0191292	-2.80	0.005	-.0910344	-.0160495
c5054	-.1325749	.0185702	-7.14	0.000	-.1689718	-.096178
c5559	-.1769705	.0192836	-9.18	0.000	-.2147656	-.1391754
norte	.2523125	.0219407	11.50	0.000	.2093095	.2953156
centro	.2616377	.0211541	12.37	0.000	.2201765	.3030989
sur	.1597381	.0236188	6.76	0.000	.1134461	.2060302
_cons	1.71422	.0314022	54.59	0.000	1.652673	1.775767
xb2						
catolico	-.0347861	.016696	-2.08	0.037	-.0675097	-.0020625
lenguaind	.0128803	.0159809	0.81	0.420	-.0184417	.0442023
edu12	-.0753265	.002399	-31.40	0.000	-.0800285	-.0706245
c4549	-.0911024	.0156799	-5.81	0.000	-.1218344	-.0603704
c5054	-.2024501	.0163141	-12.41	0.000	-.2344252	-.170475
c5559	-.3029522	.0192311	-15.75	0.000	-.3406444	-.26526
norte	.2831148	.0572145	4.95	0.000	.1709765	.3952532
centro	.3570204	.0563981	6.33	0.000	.2464822	.4675587
sur	.2787026	.0575915	4.84	0.000	.1658253	.3915799
_cons	1.775248	.0597473	29.71	0.000	1.658146	1.892351

El modelo puede ser modificado para permitir heterogeneidad no observada y cambio de régimen de fecundidad endógeno (detalles en el libro).

Conclusiones

- La religión católica está asociada a una reducción en la probabilidad de transición de conteos bajos a conteos altos.
  - Este resultado puede estar asociado a una oposición relativamente débil de la Iglesia Católica a la difusión de anticonceptivos en México.
- La educación reduce las probabilidad de transitar a conteos superiores a los 3 hijos.

Fin, gracias!

Referencias

- Arulampalam, W.; Booth, A. (2001). Learning and Earning: Do Multiple Training Events Pay? A Decade of Evidence from a Cohort of Young British Men, *Economica* 68(271):379-400.
- Cameron, C.; Trivedi, P. (1986). Econometric Models Based on Count Data: Comparisons and Applications of Some Estimators and Tests, *Journal of Applied Econometrics*, vol. 1(1):29-53.
- Kohler, Hans-Peter (2000). Fertility decline as a coordination problem, *Journal of Development Economics*, 63(2):231-263.
- Covas, F.; Santos Silva, J.M.C. (2000). A modified hurdle model for completed fertility, *Journal of Population Economics*13(2):173-188.
- Labeaga, JM. (1999). A double-hurdle rational addiction model with heterogeneity: Estimating the demand for tobacco, *Journal of Econometrics* 93(1):49-72.
- Miranda, A. (2013). Un modelo de doble valla para datos de conteo y su aplicación en el estudio de la fecundidad en México. En: *Aplicaciones en Economía y Ciencias Sociales con Stata*, *Stata Press*.
- Miranda, A. (2010). A double-hurdle count model for completed fertility data from the developing world. DoQSS Working Papers 10-11.
- Melkersson, M. and Rooth, D. (2000). Modeling female fertility using inflated count data models, *Journal of Population Economics*,13(2):189-203.

- Mukesh, E. 2002. The empowerment of women, fertility, and child mortality: Towards a theoretical analysis, *Journal of Population Economics*15(3):433-454.
- Mullahy, J. (1986). Specification and testing of some modified count data models, *Journal of Econometrics* 33(3):341-365.
- Terza, J. (1985). A Tobit-type estimator for the censored Poisson regression model, *Economics Letters* 18(4):361-365.
- Willis, R. (1973). A New Approach to the Economic Theory of Fertility Behavior, *Journal of Political Economy* vol. 81(2):S14-64, Part II.
- Yen, S.; Tang, Chao-Hsiun; Su, Shew-Jiuan. (2001). Demand for traditional medicine in Taiwan: a mixed Gaussian-Poisson model approach, *Health Economics*, 10(3):221-232.
- Yen, S.; Jensen, H. (1996). Determinants of Household Expenditures on Alcohol. Staff General Research Papers 927, Iowa State University, Department of Economics.
- Terza, J. (1985). A Tobit-type estimator for the censored Poisson regression model, *Economics Letters* 18(4):361-365.
- Willis, R. (1973). A New Approach to the Economic Theory of Fertility Behavior, *Journal of Political Economy* vol. 81(2):S14-64, Part II.
- Yen, S.; Tang, Chao-Hsiun; Su, Shew-Jiuan. (2001). Demand for traditional medicine in Taiwan: a mixed Gaussian-Poisson model approach, *Health Economics*, 10(3):221-232.
- Yen, S.; Jensen, H. (1996). Determinants of Household Expenditures on Alcohol. Staff General Research Papers 927, Iowa State University, Department of Economics.