UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD XOCHIMILCO División de Ciencias Sociales y Humanidades
Departamento de Producción Económica
Casa abierta al tiempo

3er Encuentro de Usuarios de Stata en México

UNA COMPARACIÓN DE LOS MODELOS POISSON Y BINOMIAL NEGATIVA CON STATA: UN EJERCICIO DIDÁCTICO

Noé Becerra Rodríguez **Fortino Vela Peón**

Mayo, 2011

Motivación

Actividad docente en los temas de econometría a nivel licenciatura y posgrado.

descriptiva.wordpress.com

einferencial.wordpress.com

mregresion.wordpress.com

tregresion.wordpress.com

Modelos más realistas a situaciones que se presentan en diferentes campos disciplinarios.

Forma sencilla de temas avanzados.

Modelos de variable dependiente limitada

Admiten trabajar con variables dependientes con un rango restringido de valores (binarias con valores 0 y 1, valores enteros, etc.).

- Elección binaria.
- Elección discreta.
- Elección múltiple.
- Datos de recuento.
- Tobit.
- Censurado.
- Truncado.

Modelo de datos de recuento

Aquel que tiene como **variable dependiente** una variable discreta **de conteo** que toma **valores no negativos**.

Modelos de regresión Poisson.

Modelos de regresión binomial negativa.

Modelos de regresión exponencial.

Los modelos de datos de conteo **se caracterizan porque no tienen un límite superior natural**, toman valor cero (en un porcentaje no despreciable) para algunos miembros de la población y suelen tomar pocos valores.

El objetivo consiste en **modelar la distribución de** Y_i^X **dado un conjunto de características** eligiendo formas funcionales que aseguren valores positivos.

Modelo de regresión Poisson

La variable **Y toma pocos valores**.

Modelar la distribución de Y_i dado X asumiendo que **Y dado $X_1, X_2,\ldots,X_k$** sigue una **distribución Poisson**, esto es,

$$p\left[Y_i = Y \setminus X\right] = \frac{\exp^{-\lambda_i} \lambda_i^{y}}{y_i}$$

o bien, el **valor esperado de Y_i dado X**, esto es

$$E\left[Y_i = Y \setminus X\right]$$

La **distribución Poisson viene determinada completamente por su media** (todos las probabilidades y momentos de orden superior están determinados por la media).

Esto **impone la restricción** E(Y**X**) = V(Y**X**), la cual no siempre se cumple en las aplicaciones empíricas.

El **método** de estimación a seguir es el de **máxima verosimilitud (MV)** que podría ofrecer estimadores inconsistentes si la función de probabilidad no esta bien especificada.

No obstante, se pueden obtener estimadores consistentes y asintóticamente normales de las β_j si la media condicional esta bien especificada.

Cuando Y dado X_1, X_2,…,X_k no sigue una distribución Poisson, el estimador que se obtiene de maximizar el logaritmo de la función de verosimilitud, $L(\beta)$, se le denomina **estimador de cuasi máxima verosimilitud** (**QML**).

Cuando se estima por QML si no se cumple el supuesto de $E(Y \backslash \mathbf{X}) = V(Y \backslash \mathbf{X})$ es **necesario ajustar los errores estándar**.

Una posibilidad es **ajustar** considerando que la **varianza es proporcional a la media**, esto es: $V(Y \backslash \mathbf{X}) = \sigma^2 E(Y \backslash \mathbf{X})$, donde σ^2 es un parámetro desconocido.

- Si $\sigma^2 = 1$ **equidispersión**.
- Si $\sigma^2 > 1$ se tiene **sobredispersión** (muy común).
- Si $\sigma^2 < 1$ **infradispersión** (poco común).

Bajo el supuesto de **varianza proporcional a la media** el ajuste de los errores estándar de MV da por resultado a los errores estándar de los modelos lineales generalizados (GML).

Modelo de regresión binomial negativa

El enfoque QML no permite calcular probabilidades condicionales del tipo

$$p(y_i = y \setminus x_i) = \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^y}{y!}$$

Solo se estima

$$\mathrm{E}(\mathbf{Y} \setminus \mathbf{X})$$

Es necesario considerar modelos alternativos.

Una posibilidad es (Cameron y Trivedi, 1986):

$$V(y_i \setminus X_i) = (1 + \delta^2)\exp(X_i\beta)$$

para algún $\delta^2 > 0$ a ser estimado.

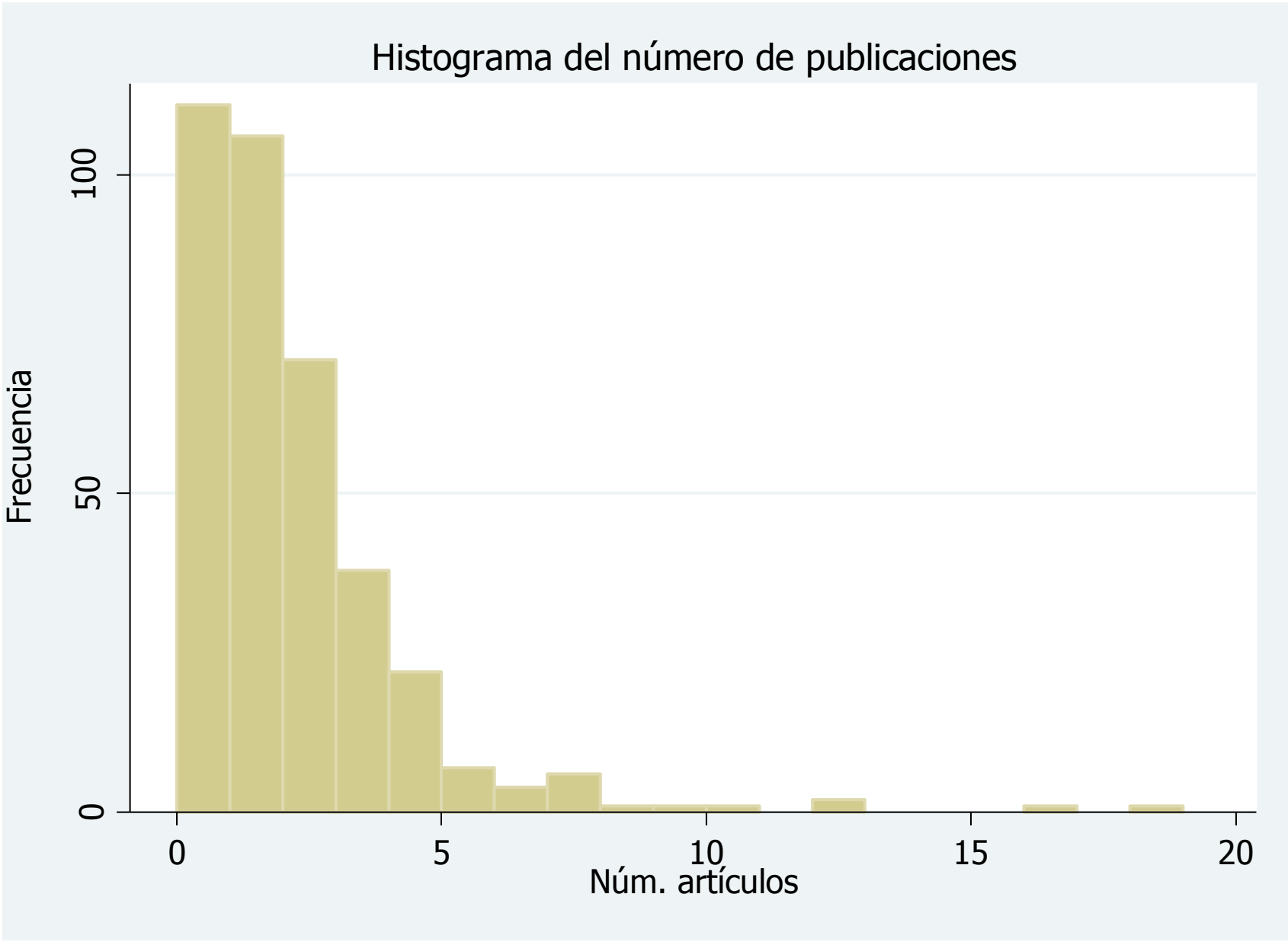
Otra es (Cameron y Trivedi, 1986):

$$V(y_i \setminus X_i) = (1 + \alpha^2 \exp(X_i\beta))\exp(X_i\beta)$$

para algún $\alpha^2 > 0$.

Base de datos

```
.
. set more on, permanent
(set more preference recorded)

.
. use "C:\Users\Owner\Desktop\base publicaciones.dta", clear

.
. more

.
. describe

Contains data from C:\Users\Owner\Desktop\base publicaciones.dta
  obs:           372
 vars:             6                          10 May 2011 13:52
 size:         4,092 (99.9% of memory free)
-------------------------------------------------------------------------------
              storage  display     value
variable name   type   format      label      variable label
-------------------------------------------------------------------------------
publi           byte   %8.0g                  Núm. artículos
género          byte   %8.0g                  Género investigador
edad            byte   %8.0g                  Edad investigador
edad_sqr        int    %8.0g                  Cuadrado edad
vinc_empresa    byte   %8.0g                  Vínculos con empresas
país_phd        byte   %8.0g                  país del PhD
-------------------------------------------------------------------------------
Sorted by:

.
. more
```


Histograma del número de publicaciones
Frecuencia
0
50
100
0
5
10
15
20
Núm. artículos

Estadística descriptiva de las publicaciones

```
.
. summarize publi, detail

                        Núm. artículos
-------------------------------------------------------------
      Percentiles      Smallest
 1%             0             0
 5%             0             0
10%             0             0       Obs                 372
25%             0             0       Sum of Wgt.         372

50%             1                     Mean           1.712366
                        Largest       Std. Dev.      2.175719
75%             2            12
90%             4            12       Variance       4.733755
95%             5            16       Skewness       3.319603
99%            12            19       Kurtosis       20.62949

.
. more
```

Estimación Poisson

```
. poisson  publi género edad edad_sqr vinc_empresa país_phd, nolog

Poisson regression                              Number of obs   =        372
                                                LR chi2(5)      =      39.39
                                                Prob > chi2     =     0.0000
Log likelihood = -721.37549                     Pseudo R2       =     0.0266

------------------------------------------------------------------------------
       publi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     género |  -.3491275   .0832155    -4.20   0.000    -.5122268   -.1860281
       edad |   .1703063    .046286     3.68   0.000     .0795873    .2610252
    edad_sqr |   -.001712   .0004813    -3.56   0.000    -.0026554   -.0007687
vinc_empresa |   .1010469   .0833831     1.21   0.226     -.062381    .2644749
    país_phd |   .1215446   .0816882     1.49   0.137    -.0385613    .2816505
       _cons |  -3.545044   1.092441    -3.25   0.001     -5.68619   -1.403898
------------------------------------------------------------------------------

. more

. estat gof

        Goodness-of-fit chi2  =  767.5677
        Prob > chi2(366)      =    0.0000

.
```

Estimación MLG, familia Poisson y función de enlace Log

```
. more

. glm  publi género edad edad_sqr vinc_empresa país_phd, family(Poisson) link(log) nolog

Generalized linear models                         No. of obs      =        372
Optimization     : ML                             Residual df     =        366
                                                  Scale parameter =          1
Deviance         =  767.5677434                   (1/df) Deviance =    2.09718
Pearson          =  888.0953854                   (1/df) Pearson  =    2.42649

Variance function: V(u) = u                       [Poisson]
Link function    : g(u) = ln(u)                   [Log]

                                                  AIC             =   3.910621
Log likelihood   = -721.3754881                   BIC             = -1398.747

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OIM
      publi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     género |  -.3491274   .0832155    -4.20   0.000    -.5122268   -.1860281
       edad |   .1703066    .046286     3.68   0.000     .0795876    .2610256
    edad_sqr |  -.0017121   .0004813    -3.56   0.000    -.0026554   -.0007687
vinc_empresa |   .1010469   .0833831     1.21   0.226    -.0623811    .2644748
    país_phd |   .1215446   .0816882     1.49   0.137    -.0385613    .2816504
       _cons |  -3.545051   1.092442    -3.25   0.001    -5.686198   -1.403904
------------------------------------------------------------------------------

. more

.
```

Estimación MLG, fam. Poisson, link log con opción scale(x2)

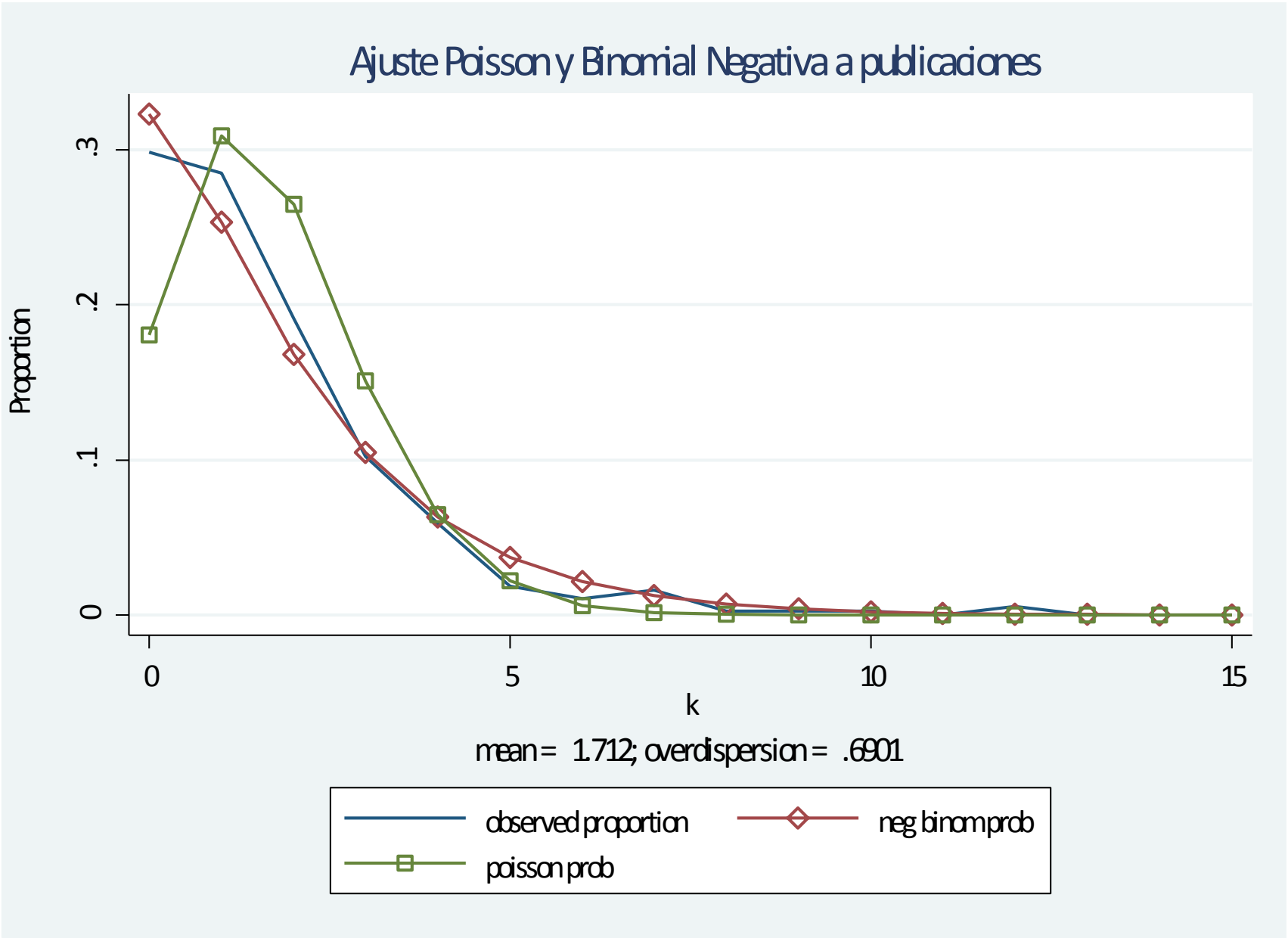
```
. glm  publi género edad edad_sqr vinc_empresa país_phd, family(Poisson) link(log) scale(x2) nolog

Generalized linear models                         No. of obs         =        372
Optimization     : ML                             Residual df        =        366
                                                  Scale parameter    =          1
Deviance         =  767.5677434                   (1/df) Deviance    =    2.09718
Pearson          =  888.0953854                   (1/df) Pearson     =    2.42649

Variance function: V(u) = u                       [Poisson]
Link function    : g(u) = ln(u)                   [Log]

                                                  AIC                =   3.910621
Log likelihood   = -721.3754881                   BIC                =  -1398.747

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OIM
      publi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     género |  -.3491274   .1296264    -2.69   0.007    -.6031904   -.0950645
       edad |   .1703066   .0721007     2.36   0.018     .0289918    .3116213
   edad_sqr |  -.0017121   .0007497    -2.28   0.022    -.0031815   -.0002426
vinc_empresa|   .1010469   .1298875     0.78   0.437     -.153528    .3556218
   país_phd |   .1215446   .1272473     0.96   0.339    -.1278555    .3709446
      _cons |  -3.545051   1.701718    -2.08   0.037    -6.880357   -.2097451
------------------------------------------------------------------------------
(Standard errors scaled using square root of Pearson X2-based dispersion.)

. more
```

Estimación Binomial Negativa

```
.
. more

.
. nbreg  publi género edad edad_sqr vinc_empresa país_phd, nolog

Negative binomial regression                    Number of obs   =        372
                                                LR chi2(5)      =      18.34
Dispersion     = mean                           Prob > chi2     =     0.0025
Log likelihood = -651.48568                     Pseudo R2       =     0.0139

------------------------------------------------------------------------------
       publi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     género |  -.3366895   .1176026    -2.86   0.004    -.5671863   -.1061926
       edad |   .1683063   .0627778     2.68   0.007     .0452642    .2913485
    edad_sqr |  -.0016875   .0006493    -2.60   0.009    -.0029601   -.0004149
vinc_empresa |   .0894518   .1189718     0.75   0.452    -.1437286    .3226323
    país_phd |    .101695   .1174399     0.87   0.387    -.1284831     .331873
       _cons |  -3.494401   1.487225    -2.35   0.019    -6.409308   -.5794938
-------------+----------------------------------------------------------------
     /lnalpha |  -.4803214   .1537219                     -.7816108   -.1790321
-------------+----------------------------------------------------------------
        alpha |   .6185845     .09509                      .4576682    .8360791
------------------------------------------------------------------------------
Likelihood-ratio test of alpha=0:  chibar2(01) =  139.78 Prob>=chibar2 = 0.000
```

Estimación MLG, familia Binomial Negativa, link log

```
. more

. glm  publi género edad edad_sqr vinc_empresa país_phd, family(nbinomial) link(log) nolog

Generalized linear models                         No. of obs      =        372
Optimization     : ML                             Residual df     =        366
                                                  Scale parameter =          1
Deviance         =  321.8246429                   (1/df) Deviance =  .8793023
Pearson          =  315.7286879                   (1/df) Pearson  =  .8626467

Variance function: V(u) = u+(1)u^2                [Neg. Binomial]
Link function    : g(u) = ln(u)                   [Log]

                                                  AIC             =   3.56459
Log likelihood   = -657.0137971                   BIC             = -1844.491

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OIM
      publi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
      género |  -.3337564   .1344289    -2.48   0.013    -.5972322   -.0702805
        edad |   .1676824   .0709026     2.36   0.018     .0287158    .306649
    edad_sqr |  -.0016793   .0007319    -2.29   0.022    -.0031138   -.0002448
vinc_empresa |   .0872908   .1361298     0.64   0.521    -.1795187    .3541004
    país_phd |   .0974453   .1346417     0.72   0.469    -.1664475    .3613382
       _cons |  -3.481436    1.68227    -2.07   0.039    -6.778625   -.1842477
------------------------------------------------------------------------------

. more

.
```


Ajuste Poisson y Binomial Negativa a publicaciones
Proportion
0
.1
.2
.3
0
5
10
15
k
mean = 1.712; overdispersion = .6901
observed proportion
neg binom prob
poisson prob

Estimadores modelos Poisson y Binomial Negativa

	Poisson	Binomial N~a
Núm. artículos		
Género investigador	-0.349***	-0.337**
	(0.000)	(0.004)
Edad investigador	0.170***	0.168**
	(0.000)	(0.007)
Cuadrado edad	-0.00171***	-0.00169**
	(0.000)	(0.009)
Vínculos con empre~s	0.101	0.0895
	(0.226)	(0.452)
país del PhD	0.122	0.102
	(0.137)	(0.387)
Constant	-3.545**	-3.494*
	(0.001)	(0.019)
lnalpha		
Constant		-0.480**
		(0.002)
Observations	372	372

p-values in parentheses
* p<0.05, ** p<0.01, *** p<0.001

.

Estimadores Modelos Lineales Generalizados

	Poisson	Pois. escala	Bin Negativa	Gamma
Núm. artículos				
Género investigador	-0.349***	-0.349**	-0.334*	-0.324**
	(0.0832)	(0.130)	(0.134)	(0.124)
Edad investigador	0.170***	0.170*	0.168*	0.165**
	(0.0463)	(0.0721)	(0.0709)	(0.0620)
Cuadrado edad	-0.00171***	-0.00171*	-0.00168*	-0.00164**
	(0.000481)	(0.000750)	(0.000732)	(0.000634)
Vínculos con empre~s	0.101	0.101	0.0873	0.0806
	(0.0834)	(0.130)	(0.136)	(0.125)
país del PhD	0.122	0.122	0.0974	0.0834
	(0.0817)	(0.127)	(0.135)	(0.124)
Constant	-3.545**	-3.545*	-3.481*	-3.429*
	(1.092)	(1.702)	(1.682)	(1.483)
Observations	372	372	372	372

Standard errors in parentheses
* p<0.05, ** p<0.01, *** p<0.001

. more

. more